

Tetivový štvoruholník

Natália Čigašová

Zimná Alfa 2026

Nasledovné tvrdenie platí pre ľubovoľnú tetivu akejkoľvek kružnice.

Tvrdenie 1. Majme kružnicu k so stredom S a jej tetivu AB . Uhol $\sphericalangle ASB$ nazývame **stredový uhol** a platí $2|\sphericalangle ACB| = |\sphericalangle ASB|$ pre ľubovoľný bod C na dlhšom oblúku daným tetivou AB . Uhol $\sphericalangle ACB$ nazývame **obvodový uhol**.

Dôsledok 1.1. Pre štvoruholník opísaný kružnicou (t.j. každý vrchol štvoruholníka ležia na jednej kružnici) platí, že protilahlé vnútorné uhly štvoruholníka majú súčet rovný 180° .

Cvičenie 1. Dokážte dôsledok 1.1.

Príklad 1. Nech D je bod na prepone AB pravouhlého trojuholníka ABC . Ďalej X je stred kružnice opísanej trojuholníku ACD a Y stred kružnice opísanej trojuholníku BDC . Dokážte, že body C , D , X , Y ležia na jednej kružnici.

Príklad 2. Máme zadane dve kružnice k a l s priesečníkmi X a Y . Bodom X vedme priamku, ktorá pretína kružnicu k v bode A a kružnicu l v bode C . Ďalej bodom Y vedme priamku, ktorá pretína k v bode B a l v bode D . Dokážte, že $AB \parallel CD$.

Príklad 3. Nech CD a BE sú výšky trojuholníka ABC . Dokážte, že trojuholníky ACB a ADE sú podobné.

Príklad 4. Rovnostrannému trojuholníku KLM opíšeme kružnicu. Na kratšom oblúku KL tejto kružnice si zvolíme bod Q . Potom z bodu M spustíme kolmice na priamky QK a QL a ich päty označíme E a F . Ukážte, že trojuholník MEF je rovnostranný.

Príklad 5. Majme štvoruholník $EFGH$ taký, že sa dajú zostrojiť kružnice e , f , g a h so stredmi po rade v bodoch E , F , G a H tak, aby sa kružnice e a g obe dotýkali kružníc f a h . Ukážte, že potom body dotyku týchto kružníc tvoria tetivový štvoruholník.

Príklad 6. Na kružnici k opísanej trojuholníku ABC leží bod P . Označme D , E , F päty kolníc z bodu P postupne na priamky BC , CA , AB . Dokážte, že body D , E , F ležia na priamke.